Т2. Т1. Лекция преп. Хизриева Д. А.

Тема: Тригонометрические уравнения

1. Уравнение $\cos t = a$

Очевидно, что если $|a|>1$, то уравнение $\cos t = a$ не имеет решений, поскольку $|\cos t| \le 1$ для любого t.

Косинус - четная функция, и, значит на отрезке $[-\pi; 0]$ уравнение имеет одно решение, на отрезке $[-\pi; \pi]$ длиной 2π имеет два решения

$$t = \pm \arccos a + 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z}.$$

При $a = 1$, $\cos t = 1$, $t = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

$a = -1$ $\cos t = -1$, $t = \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

$a = 0$ $\cos t = 0$, $t = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

2. Уравнение $\sin t = a$.

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, \ k \in \mathbb{Z}.$$

$\sin t = 1$, $t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

При $a = 1$.

$a = -1$, $\sin t = -1$, $t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

$a = 0$, $\sin t = 0$, $t = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

3. Уравнение $\operatorname{tg} t = a$, $\operatorname{ctg} t = a$.

$$t = \operatorname{arctg} a + \pi n, \ n \in \mathbb{Z}.$$

Примеры:

1 $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $x = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

2. $\sin x = \frac{1}{2}$, $x = (-1)^k \arcsin \frac{1}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

$x = \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

3. $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$, $x = \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

$x = \frac{5\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

Т1, Т2 Лекция преп. Хизриева Д. А.

Иррациональные уравнения.

Опр-е: Уравнения в которых под знаком корня содержится переменная, называют иррациональными. или под знаком возведения в дробную степень.

Иррациональными являются уравнения $\sqrt{x-2}=2x-1$ и $x^{\frac{1}{3}}-5=0$ и т.д.

Метод возведения обеих частей уравнения в одну и ту же степень состоит в следующем:

а) преобразуют заданное иррациональное уравнение к виду $\sqrt[n]{f(x)}=\sqrt[n]{g(x)}$;

б) возводят обе части полученного уравнения в n-ю степень $\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)^n=\left(\sqrt[n]{g(x)}\right)^n$;

в) учитывая что $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n=a$, получают уравнение $f(x)=g(x)$

г) решают уравнение и делают проверку, т.к. возведение обеих частей уравнения в одну и ту же степень четную может привести к появлению посторонних корней. Эта проверка чаще всего осуществляется с помощью подстановки найденных значений переменной в исходное уравнение.

Пример. Решите уравнение:

$\sqrt[6]{x-3}=2$

Решение:

$\left(\sqrt[6]{x-3}\right)^6=2^6$

$x-3=64$

$x=64+3$

$x=67.$

Проверка:

$\sqrt[6]{x-3}=\sqrt[6]{67-3}=\sqrt[6]{64}=2,\ 2=2$

Ответ: $x=67.$